

Estimando Risco e Aversão ao Risco no Mercado de Seguros de Automóveis

Bruno C. A. Ledo* Caio M. A. Lopes†

4 de dezembro de 2017

Resumo

Este trabalho se baseia no modelo estrutural proposto por Cohen e Einav (2007) para estimar a distribuição conjunta do risco e da aversão ao risco no mercado de seguros de automóveis. O modelo incorpora heterogeneidades não observáveis em ambas as dimensões *ex ante* a assinatura do contrato. Na parte computacional, utilizamos o algoritmo de amostragens de Gibbs para inferir sobre a distribuição conjunta citada. Os resultados encontrados indicam que a heterogeneidade não observável na aversão ao risco é maior e mais relevante (para os lucros) do que no próprio risco, o que gera importantes implicações para a precificação ótima das seguradoras.

Palavras-Chave: Seguro de automóvel, risco, aversão ao risco, precificação.
Classificação JEL: D1; C10.

1 Introdução

Neste trabalho utilizaremos a palavra “automóvel” com razoável frequência, daí a importância de defini-la. Do grego “autós” significa por si próprio, e do latim “mobilis” significa mobilidade. Então, um automóvel é um objeto que se move com propulsão própria, servindo para transportar pessoas e cargas.

Dada a tecnologia atual, os automóveis estão constantemente expostos ao risco de colisão. E, dado seu alto valor agregado, também estão expostos ao risco de roubo ou furto. Logo, é natural que as pessoas tenham interesse em demandar mecanismos desenhados para compartilhar tais riscos: os contratos de seguro.

Um contrato típico de seguro de automóvel é tal que o consumidor paga um prêmio para a seguradora em todos os estados da natureza possíveis e, em troca, recebe indenizações da seguradora apenas nos estados da natureza em que acontecerem perdas. Sendo assim, o contrato de seguro serve para transferir riqueza entre diferentes estados da natureza com o objetivo de reduzir sua variância.

Os consumidores demandam seguro por dois motivos principais: primeiro, porque não gostam de perder riqueza, segundo, porque não gostam de incerteza. Em outras palavras, tanto o risco quanto a aversão ao risco cumprem papel importante na decisão

*Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, Brasil; bruno@fearp.usp.br.

†Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil; caiomdealopes@gmail.com.

do consumidor de adquirir um contrato de seguro. Diante disto, a maximização de lucro esperado por parte das seguradoras depende das informações disponíveis sobre risco e aversão ao risco dos consumidores.

É neste ponto que a história se complica. A primeira dificuldade decorre da elevada heterogeneidade entre os consumidores. Ou seja, mesmo que as seguradoras tivessem informação completa sobre risco e aversão ao risco, ainda assim seria difícil desenhar contratos capazes de separar perfeitamente tipos tão heterogêneos. A segunda dificuldade decorre do fato que as seguradoras sequer conseguem observar tais características dos consumidores (informação assimétrica). Portanto, as seguradoras enfrentam um complexo problema de maximização de lucro na presença de heterogeneidades não observáveis em duas dimensões importantes.

O presente trabalho tem como objetivo estimar a distribuição conjunta do risco e da aversão ao risco no mercado de seguros de automóveis. Para tal, utilizaremos o modelo estrutural proposto por Cohen e Einav (2007) que nos permitirá identificar a distribuição conjunta destas duas variáveis latentes a partir das coberturas escolhidas (tipos de franquia) e do risco *ex post* dos consumidores.

Na parte computacional, utilizamos o algoritmo de amostragens de Gibbs para inferir sobre a distribuição conjunta de interesse. Os dados que utilizamos se referem à maior seguradora do mercado brasileiro, e foram disponibilizados pela Superintendência de Seguros Privado (SUSEP).

Os resultados obtidos neste estudo indicam que a heterogeneidade não observável na aversão ao risco é maior e mais relevante para o lucro das seguradoras do que no próprio risco, o que gera importantes implicações para a precificação ótima das seguradoras. Os resultados também sugerem haver uma correlação negativa entre o risco e a aversão ao risco, nesta parte nosso resultado difere do encontrado por Cohen e Einav (2007).

Os 4 exercícios contrafactuais realizados sob diferentes hipóteses de distribuição de risco e aversão ao risco indicaram que a seguradora não pode ignorar nenhuma destas dimensões não observáveis. Porém, se ela ignorar a existencia de heterogeneidade não observada na aversão ao risco sua perda de lucro será ainda maior.

O texto está organizado em 7 seções, além desta primeira, introdutória. Na segunda seção, será apresentada uma revisão das duas principais literaturas relacionadas: a literatura de estimação da aversão ao risco e a literatura de assimetria de informação. A terceira seção apresenta a base de dados e suas principais estatísticas descritivas. Na quarta seção apresentamos os modelos teórico e empírico. A quinta seção apresenta os principais resultados da estimação. A sexta seção apresenta alguns exercícios contrafactuais sobre a lucratividade da seguradora para diferentes níveis de franquia. Por fim, a última seção apresenta as conclusões encontradas neste trabalho.

2 Literaturas Relacionadas

O modelo desenvolvido por Cohen e Einav (2007) assume que as preferências dos consumidores possam ser representadas por funções utilidade esperada von Neumann-Morgenstern. Sendo assim, fica estabelecido que o modelo conversa diretamente com toda a literatura de escolha sob incerteza que se valha da teoria da utilidade esperada (UE).

Dentro da modelagem de UE é comum a adoção de uma forma funcional paramétrica para a utilidade. Diferentemente das formas funcionais mais comuns - como a aversão ao risco absoluta constante (CARA), a aversão ao risco relativo constante (CRRA) e a

família de aversão absoluta hiperbólica (HARA) - Cohen e Einav (2007) apresentaram uma abordagem que se baseia em uma expansão de Taylor de segunda ordem. Esta aproximação denominada, mais tarde, por Barseghyan et al. (2016) de terceira derivada negligenciável, consistiu um passo importante para as pesquisas que têm como objetivo avaliar as preferências sob risco dos agentes.

Nesse sentido, o modelo deste trabalho se aproxima da literatura que tem como principal objetivo medir a aversão ao risco dos indivíduos. Inicialmente, a escassez de dados sobre mercados reais levaram os pesquisadores a elaborar experimentos controlados com o objetivo de medir aversão ao risco (Kachelmeier e Shehata (1992), Smith e Walker (1993)). Outros artigos utilizaram dados de programas de TV (Gertner (1993), Metrick (1995, 1995), Jullien e Salanié (2000)) ou questionários hipotéticos (Viscusi e Evans (1990), Evans e Viscusi (1991), Barsky et al. (1997)), todos com o objetivo de medir aversão ao risco dos indivíduos.

O primeiro trabalho a utilizar dados sobre mercados reais para estimar a aversão ao risco foi Cicchetti e Dubin (1994). Os autores utilizaram informações individuais sobre compra de seguros de telefone fixo para estimar a preferência sob o risco. Mais tarde, Saha (1997) e Chetty (2006) estimaram a aversão ao risco dos agentes voltando-se para as decisões de produção das firmas e oferta de trabalho, respectivamente. Sydnor (2010) encontraram valores elevados para o coeficiente de aversão ao risco absoluto a partir de dados sobre seguro de casas nos Estados Unidos.

Muito próximo à abordagem de Cohen e Einav (2007), Barseghyan, Prince e Teitelbaum (2011) e Barseghyan et al. (2013) também estimaram as preferências sob o risco utilizando dados do mercado de seguros de automóveis e casas. No primeiro trabalho, os autores propuseram um teste para verificar a estabilidade das preferências a partir de uma única base de dados com informações sobre os dois mercados (automóveis e casas). Já no segundo, os autores incluem, por meio de uma função de distorção de probabilidade, fontes adicionais de aversão ao risco à metodologia de Cohen e Einav (2007). Ambos os artigos utilizam a técnica da terceira derivada negligenciável.

Em artigo mais recente, Paravisini, Rappoport e Ravina (2016) estimaram a aversão ao risco de investidores de mercado financeiro. Este trabalho enfatizou a importância da heterogeneidade não observada do parâmetro de aversão ao risco nas decisões financeiras dos indivíduos. De forma similar, o modelo proposto por Cohen e Einav (2007) admite heterogeneidade não observada, *ex ante* a assinatura do contrato, tanto na aversão ao risco quanto no risco em si. Por este motivo, este trabalho também conversa com a literatura empírica sobre seleção adversa nos mercados de seguros.

Na literatura empírica sobre seleção adversa no mercado de seguros destaca-se o trabalho de Chiappori e Salanié (2000). Por métodos paramétricos e semi-paramétricos, os autores testaram e não encontraram evidências empíricas da existência de assimetria de informação no mercado de seguros de automóveis. Esta abordagem consiste em testar, após controlar por variáveis observáveis, a correlação entre o nível de cobertura e o risco empírico dos segurados (nesta mesma linha seguem os trabalhos de Dionne e Vanasse (1992), Puelz e Snow (1994), Cawley e Philipson (1996), Finkelstein e Poterba (2004), Cohen (2005), Finkelstein e McGarry (2006), Dionne, Michaud e Dahchour (2013)).

Por outro lado, vale ressaltar que o objetivo do nosso trabalho é um pouco diferente, pois pretende-se estimar a distribuição da preferência sob o risco e, ao mesmo tempo, acomodar um possível mecanismo de seleção adversa por meio de um modelo estrutural. Basicamente, as hipóteses deste método permitem avaliar a importância da seleção adversa resultante das heterogeneidades não observadas relacionadas a dois aspectos: risco e aversão ao risco. Esta abordagem aproxima-se de Cardon e Hendel (2001), que modelam

escolhas de seguro de saúde e também permitem duas dimensões da heterogeneidade não observada.

3 Base de Dados

A base de dados usada neste trabalho foi elaborada pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP). Criada em 1966 como uma autarquia vinculada ao Ministério da Fazenda, este órgão é responsável pelo controle e fiscalização dos mercados de seguro, previdência privada aberta, capitalização e resseguro.

Neste estudo, os dados são referentes ao período de 01 de julho à 31 de dezembro de 2010 e estão de acordo com o regimento estabelecido na Circular SUSEP n.º. 360 de fevereiro de 2008. Primeiramente, restringimos nossa análise a região metropolitana de São Paulo, sendo esta a região com a maior participação no mercado brasileiro de seguros de automóveis (23,8%). Também restringimos a análise somente aos contratos da empresa com maior participação neste mercado (28,7%).

Além disto, mantivemos na amostra apenas apólices de pessoas físicas (97,7%) e veículos de passeio (nacionais ou importados), com cobertura compreensiva¹ (97,9%). Por fim, mantivemos na amostra apenas os contratos com classe de bônus igual a zero (15,3%), pois estes contratos provavelmente são de segurados novos e, portanto, sem qualquer custo para trocar de seguradora (*switching cost*).

Originalmente, a base apresenta três tipos de franquia: reduzida (12,3%), normal (87,1%) e majorada (0,6%). Em virtude da metodologia empregada neste trabalho, a franquia do tipo majorada foi considerada como normal. Segundo, Cohen e Einav (2007), esta abordagem não causa nenhum tipo de viés, já que, de acordo com o modelo estrutural desenvolvido, o indivíduo que escolheu a franquia majorada optaria pela franquia normal em detrimento à reduzida caso existissem apenas estas duas opções. Por fim, foram desconsideradas as apólices que sofreram endosso, ou seja, qualquer alteração durante sua vigência e as apólices coletivas.

3.1 Características Individuais

Basicamente as variáveis presentes na base de dados podem ser divididas em três grupos. Primeiramente, as covariadas, que representam as características observáveis dos segurados e dos carros. Em seguida temos as variáveis referentes ao par prêmio-franquia (ou preço-cobertura), sendo que há três tipos de cobertura: reduzida, normal e majorada. Finalmente, em caso de sinistro, sabe-se o número de vezes que o seguro foi acionado em cada contrato.

A tabela 1 apresenta informações sobre as características dos segurados e carros. As variáveis dos segurados limitam-se ao gênero², idade e código de endereço postal (CEP) do segurado. Nesta amostra, as mulheres correspondem a 43% dos segurados e a média de idade é de 41 anos na amostra. A base também contém *dummies* com os três primeiros dígitos do Código de Endereçamento Postal (CEP) de utilização do veículo. Esta variável visa captar os efeitos da região de circulação do veículo sobre o risco de acidente. Temos

¹ Cobertura Compreensiva é a mais utilizada no seguro auto, oferecendo cobertura sobre: colisão, incêndio e roubo. É também ampla, pois contempla os casos de perda parcial e perda total do veículo.

² A variável gênero assume valor 1 para mulheres e 0 para homens.

um total de 67 *dummies*, e por este motivo a análise descritiva destas variáveis não será reportada nesta tabela.

Dentre as características do carro, tem-se a importância assegurada (ou, simplesmente, o valor do veículo), a idade do carro (tempo de uso), *dummies* indicando se o carro é flex, possui 4 portas e se possui motor turbo. Também tem-se informações sobre a potência do motor (cilindradas), sobre o uso que se faz do veículo (finais de semana, diário ou trabalho) e também qual foi a montadora que produziu o carro.

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas das Covariadas

Variável		Média	D.P.	Min.	Max.	
Segurado	Feminino	0,43	0,49	0	1	
	Idade	41,06	13,36	18	90	
	CEP	-	-	-	-	
Carro	IS Casco ^a	31.119	15.244	3.240	325.076	
	Idade	3,15	3,64	0	26	
	Flex	0,71	0,45	0	1	
	4 Portas	0,63	0,48	0	1	
	Cilindradas	2,09	1,37	1	6	
	Turbo	0,002	0,46	0	1	
	Uso	FDS	0,12	0,33	0	1
		Diário	0,83	0,37	0	1
		Trabalho	0,05	0,21	0	1
Montadora	-	-	-	-		

Nota: 125.087 observações na amostra.

^a Valor referente à Importância Segurada do Casco.

3.2 Prêmios e Franquias

Após conhecer o vetor de características individuais e do carro, x_i , a seguradora oferece um *menu* com três opções de contrato. Dentre elas, a franquia normal (regular), é a mais escolhida entre os segurados e, relativamente, similar entre as seguradoras. O valor da franquia reduzida corresponde à 50% do valor da franquia normal, enquanto a franquia majorada equivale ao dobro da regular. Dessa forma, sabe-se o valor da franquia para os três tipos de contrato. O prêmio de cada franquia varia entre os indivíduos de acordo com uma função determinística, $p_i = f(x_i)$. Como, não tivemos acesso ao algoritmo de precificação de contratos praticado pela seguradora líder de mercado, realizou-se 20 cotações via internet variando características do carro e do indivíduo. O resultado mostrou que escolher a franquia reduzida em relação à normal aumenta o prêmio em 21%. Além disso, a análise é focada nas franquias normal e reduzida, de modo que as franquias majoradas foram consideradas como normais.

Com isso, pode-se calcular os valores do *menu* prêmio-franquia para ambos os cenários (franquia reduzida e normal). A análise descritiva referente à estes dados podem ser observadas na tabela 2. Vale ressaltar que a variável *Acionamento por semestre* representa o número de vezes que o seguro foi acionado dividido pelo tempo de exposição da apólice. Isto é, se a apólice permaneceu ativa durante todo o período analisado (segundo semestre de 2010), a exposição foi de 1. Da mesma maneira, se o contrato perdurou apenas um dia

Tabela 2 – Estatísticas descritivas dos Prêmios, Franquias e Acionamentos

Variável		Média	D.P.	Min.	Max.	N
Franquia	Reduzida	1.010,12	334,47	200,50	14.356,00	111.701
	Normal	2.020,23	668,95	401,00	28.712,00	111.701
Prêmio	Reduzido	1.446,17	711,32	60,50	26.225,54	111.701
	Normal	1.195,18	587,87	50,00	21.674,00	111.701
$\Delta p/\Delta d$		0,26	0,15	0,01	3,93	111.701
Escolha	F. Reduzida	0,14	0,35	0	1	111.701
	F. Normal	0,86	0,35	0	1	111.701
Acionamento	Ambos	0,03	0,17	0	1	111.701
	Reduzida	0,04	0,19	0	1	15.577
	Normal	0,03	0,17	0	1	96.124
Acionamento por Semestre ^a	Ambos	0,05	0,39	0	30,16	111.701
	Reduzida	0,06	0,38	0	16,45	15.577
	Normal	0,05	0,39	0	30,16	96.124

^a A média e o desvio padrão dos acionamentos por semestre estão ponderados pela duração da apólice a fim de ajustar para variações no período de exposição.

no semestre, a exposição foi de $1/181^3$. A partir da avaliação desta variável, observa-se que a taxa semestral de acionamento do seguro, em relação a todos os indivíduos, foi de 0,05. Contudo, quando focamos em apenas um tipo de franquia, os dados mostram que o acionamento por semestre foi um pouco maior para a franquia reduzida. Em média, os indivíduos que escolheram franquia reduzida tiveram taxas de acionamentos maiores (0,06) em relação aos que escolheram franquia normal (0,05).

De acordo com a tabela 2, em média, um segurado que escolhe o contrato com franquia reduzida paga $\Delta p = 259$ reais a mais de prêmio, porém economiza $\Delta d = 999$ reais em caso de sinistro (razão $\Delta p/\Delta d = 0,27$). Se o segurado for neutro ao risco, podemos afirmar que ele só escolherá o contrato com franquia reduzida se sua probabilidade de sinistro for maior que 0,27. Porém, vemos que o risco médio é de apenas 0,06 (mesmo no grupo de segurados que escolheram franquia reduzida). Então, este contrato não é atuarialmente justo. Ainda assim 12% das pessoas o escolheram, indicando que a aversão ao risco pode jogar um papel muito importante nesta decisão. Daí a importância do modelo de escolha de franquia (na presença de risco e aversão ao risco não observáveis) desenvolvido na próxima seção.

4 Modelo de Escolha da Franquia

O modelo teórico desenvolvido por Cohen e Einav (2007) baseia-se na ideia do agente indiferente entre dois contratos. Estes correspondem a um par prêmio e franquia, de tal forma que (p_i^h, d_i^h) e (p_i^l, d_i^l) representam os contratos para o indivíduo i de franquia normal e reduzida, respectivamente. Além disso, seja w_i a riqueza do indivíduo i e $u_i(w)$ sua correspondente função utilidade do tipo vNM. O tempo de contrato é representado por t_i . Assume-se que o seguro é acionado de acordo com uma distribuição de Poisson com uma taxa anual λ_i . Em outras palavras, λ_i é o risco inerente a cada indivíduo e, por

³ O valor 181 remete ao número de dias do segundo semestre de 2010

hipótese, de conhecimento próprio. Assume-se também que λ_i independe da escolha da franquia, ou seja, não há risco moral. Por fim, a última hipótese estabelece que, em caso de acidente, a indenização paga deve ser maior que d_i^h . No resto desta seção, o subscrito i será omitido por conveniência.

Este modelo estabelece que tanto o prêmio como o risco são proporcionais ao tempo de contrato. Cohen e Einav (2007) explicam que esta abordagem possui três vantagens. A primeira é que ajuda a lidar com contratos cancelados, ou que possuem um período de tempo menor. A segunda, refere-se ao fato de permitir que a escolha da franquia seja independente das incertezas de longo prazo, possibilitando o foco nas preferências sobre o risco no curto prazo. A terceira vantagem resulta de uma conveniência analítica e computacional.

A utilidade esperada que o indivíduo obtém da escolha do contrato (p, d) é dado por:

$$v(p, d) \equiv (1 - \lambda t)u(w - pt) + (\lambda t)u(w - pt - d) \quad (1)$$

Com isso, pode-se caracterizar o conjunto de parâmetros que torna o indivíduo indiferente entre os contratos com franquia normal e reduzida. Isso permite definir um limite inferior (superior) para o nível de aversão ao risco dos indivíduos que escolheram franquia reduzida (normal) para uma dado λ . Aplicando o limite em relação a t e utilizando a regra de *L'Hopital*, observa-se:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{t}(u(w - p^h t)) - u(w - p^l t)}{((u(w - p^h t) - u(w - p^h t - d)) - (u(w - p^h t) - u(w - p^l t - d^h)))} \\ &= \frac{(p^l - p^h)u'(w)}{u(w - d^l) - u(w - d^h)} \end{aligned} \quad (2)$$

rearranjando

$$(p^l - p^h)u'(w) = \lambda(u(w - d^l) - u(w - d^h)) \quad (3)$$

A expressão 3 possui uma simples interpretação: o lado direito representa o ganho esperado de utilidade por unidade de tempo de escolher a franquia baixa, enquanto o lado esquerdo equivale ao custo dessa escolha por unidade. Para que o indivíduo seja indiferente entre os dois contratos os ganhos esperados devem ser iguais aos custos. O coeficiente de aversão ao risco absoluto do indivíduo indiferente pode ser calculado a partir da hipótese de que a terceira derivada da utilidade vNM não é muito grande. Com isso, aplicando uma expansão de Taylor nos dois termos do lado direito da equação 3 obtém-se, de maneira geral, $u(w - d) \approx u(w) - du'(w) + (d^2/2)u''(w)$, o que implica em:

$$\frac{p^l - p^h}{\lambda} u'(w) \approx (d^h - d^l)u'(w) - \frac{1}{2}(d^h - d^l)(d^h + d^l)u''(w) \quad (4)$$

Renomeando as variáveis, $\Delta d \equiv d^h - d^l > 0$, $\Delta p \equiv p^l - p^h > 0$ e $\bar{d} \equiv \frac{1}{2}(d^h + d^l)$, temos:

$$\frac{\Delta p}{\lambda \Delta d} u'(w) \approx u'(w) - \bar{d} u''(w) \quad (5)$$

ou

$$r \equiv \frac{-u''(w)}{u'(w)} \approx \frac{\frac{\Delta p}{\lambda \Delta d} - 1}{\bar{d}} \quad (6)$$

Em que r é o coeficiente de aversão ao risco absoluto dada a riqueza w . Sendo assim, a equação 6 define o conjunto de indiferença que relaciona, a partir dos dados referentes a prêmio e franquia, as variáveis risco e coeficiente de aversão ao risco absoluto ($r^*(\lambda), \lambda$). Ambas são específicas dos indivíduos, já que dependem da escolha do menu de contratos, que varia entre os segurados. Desta forma, seja um indivíduo i representado por um par (r_i, λ_i) , a quem é oferecido um menu de contratos $\{(p_i^h, d_i^h), (p_i^l, d_i^l)\}$, então este escolherá o contrato de baixa franquia se, e somente se, seu coeficiente de aversão ao risco absoluto satisfaz $r_i > r_i^*(\lambda)$.

4.1 Modelo Econométrico

O objetivo é estimar a distribuição conjunta entre risco e o coeficiente de aversão ao risco absoluto, (λ_i, r_i) , na população de segurados, condicional as variáveis observadas. Para isso, assume-se que (λ_i, r_i) seguem uma distribuição lognormal bivariada, de modo que:

$$\ln \lambda_i = x_i' \beta + \epsilon_i \quad (7)$$

$$\ln r_i = x_i' \gamma + \nu_i \quad (8)$$

com

$$\begin{pmatrix} \epsilon_i \\ \nu_i \end{pmatrix} \stackrel{iid}{\sim} N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho \sigma_\lambda \sigma_r \\ \rho \sigma_\lambda \sigma_r & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

Sendo r e λ variáveis latentes não observadas. Por isso, a fim de estimar a distribuição conjunta de tais variáveis, é necessário definir a relação destas com as observadas. Primeiramente, admite-se que o número de acionamentos do seguro realizado pelo indivíduo i resulta de uma distribuição de Poisson, tal que:

$$acionamentos_i \sim Poisson(\lambda_i, t_i) \quad (10)$$

Em que t_i é tempo de contrato do seguro. Já o coeficiente de aversão ao risco absoluto relaciona-se com a escolha da franquia - reduzida ou normal - por meio do modelo teórico, de modo que o indivíduo escolherá o contrato com maior cobertura, e portanto menor franquia, se seu coeficiente de aversão ao risco absoluto for maior que o limite estipulado pela abordagem teórica. Isto é:

$$\begin{aligned} Pr(\text{cobertura}_i = 1) &= Pr \left(r_i > \frac{\frac{\Delta p_i}{\lambda_i \Delta d_i} - 1}{\bar{d}_i} \right) \\ &= Pr \left(\exp(x_i' \gamma + \nu_i) > \frac{\frac{\Delta p_i}{\exp(x_i' \beta + \epsilon_i) \Delta d_i} - 1}{\bar{d}_i} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Da equação 11 percebe-se que o indivíduo escolhe o contrato com maior cobertura - franquia reduzida - somente se $r_i > r_i^*(\lambda_i)$, tal que $r_i^*(\cdot)$ é definido pela equação 6. Como há heterogeneidade não observada em λ_i , isto é $\epsilon_i \neq 0$, este modelo permite que fatores não observados pela seguradora expliquem o risco individual. Em outras palavras, esta

abordagem admite seleção adversa. Caso contrário, a equação 11 se reduziria à um Probit, já que o risco seria perfeitamente estimado por meio das variáveis observadas, $\hat{\lambda}(x_i)$.

A função de verossimilhança do modelo descrito nesta seção é representada por:

$$L(\text{acionamento}_i, \text{cobertura}_i | \theta) = Pr(\text{acionamento}_i, \text{cobertura}_i | \lambda_i, r_i) Pr(\lambda_i, r_i | \theta)$$

Em que θ é vetor de parâmetros a ser estimado. Contudo, a estimação via máxima verossimilhança não é trivial. Devido à existência de heterogeneidade não observada no risco e, também, na aversão ao risco, a estimação torna-se um processo computacionalmente penoso, já que é necessário realizar a integração em relação às duas dimensões. Em contrapartida, a amostragem de Gibbs, que utiliza método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC), é muito atrativa para este caso. Cohen e Einav (2007) argumentam que esta metodologia é ideal para este caso, pois permite o aumento dos dados das variáveis latentes (Tanner e Wong (1987)). Sendo assim, pode-se simular (λ_i, r_i) e, em seguida, tratar tais simulações como parte dos dados. Além disso, a hipótese de log-normalidade implica que $F(\ln(\lambda_i | r_i))$ e $F(\ln(r_i) | \lambda_i)$ seguem uma distribuição normal, o que colabora para diminuição do esforço computacional.

A metodologia da amostragem de Gibbs está descrita no anexo. Sua intuição básica é regredir as equações 7 e 8 condicional à λ_i e r_i para cada indivíduo. Para obter aleatoriamente observações sobre (λ_i, r_i) , realiza-se diversas iterações. Condicional à λ_i , a distribuição a *posteriori* de $\ln(r_i)$ segue uma distribuição normal truncada, em que o ponto de truncagem depende do *menu* oferecido ao segurado e sua direção (se a distribuição está acima ou abaixo do ponto de truncagem) advém da escolha da franquia. Coletar uma amostra da distribuição a *posteriori* de $\ln(\lambda_i)$ condicional à r_i é mais complicado, pois existem dois pontos de truncagem. O primeiro originário da seleção adversa (similar ao r_i) e o segundo devido à hipótese da equação 10 sobre a distribuição do número de acionamentos realizados que traz uma informação adicional sobre a distribuição a *posteriori* de λ_i . Para obter uma amostra sobre a distribuição desconhecida de λ_i utilizar-se-á o "*sliced sampler*" (Damlen, Wakefield e Walker (1999)).

Os resultados apresentados neste trabalho são fruto de 100.000 iterações da amostragem de Gibbs. Como a estimativa da distribuição das variáveis latentes dependem de um chute inicial e converge após determinado número de iterações, as 10.000 primeiras iterações foram descartadas ("*burn-in*").

5 Resultados

5.1 Estimação - Forma Reduzida

Uma idéia inicial a respeito do nível de aversão ao risco absoluto pode ser obtida por meio dos valores médios não condicionais de Δp , Δd , λ e \bar{d} .⁴ Substituindo esses valores na equação 6 encontra-se um coeficiente de 0,0036, que pode ser interpretado como ponto de indiferença médio. Uma vez que 12% dos segurados escolheram apólices com franquia reduzida, podemos afirmar que 12% dos segurados possuem um coeficiente de aversão ao risco maior do que 0,0036.

A tabela 3 apresenta os resultados de 3 modelos probit. A coluna (1) reporta os resultados do modelo que tem como variável dependente uma dummy para ocorrência de

⁴ O valor não condicional de λ foi computado por máxima verossimilhança, utilizando os dados de acionamentos e duração dos contratos.

sinistro na apólice. Este modelo é análogo a equação do risco do modelo principal. Os resultados sugerem que as mulheres possuem maior probabilidade de reportar um sinistro, enquanto que esta probabilidade diminui para os segurados mais velhos.

A coluna 2 apresenta estimativas de probit em que a variável dependente assume valor 1 caso o segurado escolha a franquia reduzida. A variável $\ln \left(\left[\Delta p_i / (\hat{\lambda}(x_i) \Delta d_i) - 1 \right] / \bar{d}_i \right)$ foi usada como regressor. A estimativa de $\hat{\lambda}(x_i)$ foi obtida mediante o computo do valor predito da regressão da coluna 1. Se suposermos que não existe heterogeneidade não-observada no risco, então o modelo da coluna (2) é análogo à equação 8. Porém, esta hipótese é rejeitada pelos dados. Aproximadamente 0,05% dos segurados apresentaram $\hat{\lambda}(x_i) > (\Delta p_i / \Delta d_i)$, o que implicaria na escolha da franquia reduzida para qualquer nível de aversão ao risco. Contudo, a maioria destes segurados ainda escolheram franquia normal, evidenciando a presença de seleção adversa e, conseqüentemente, heterogeneidade não observada no risco.

Os resultados da tabela vão ao encontro das estimação do modelo principal, destacando-se as mulheres e os segurados mais velhos como mais avessos ao risco. A coluna 2 também reporta valores dos efeitos marginais dos regressores sobre probabilidade de escolher franquia reduzida, assim como a coluna 3, que, entretanto, não utiliza $\ln r_i$ como regressor de seu probit correspondente, não possuindo assim uma interpretação estrutural.⁵

5.2 Estimação - Inferência Bayesiana

Para a estimação do modelo realizou-se a normalização das variáveis de controle X , por isso a interpretação deve ser realizada em termos de desvios-padrão. Esta abordagem torna a escala dos regressores irrelevante, o que permite alta comparabilidade entre os coeficientes.

Os resultados do modelo estão representados pela tabela 4. Observando apenas as variáveis da equação do risco percebe-se que a probabilidade de acidente é maior para o sexo feminino (cerca de 12% maior). Em relação a faixa etária, vale destacar que os segurados mais velhos têm um risco menor de acidente. Este resultado pode estar associado ao nível de experiência dos motoristas. As demais variáveis de controle - importância segurada, que atua como uma *proxy* para o valor do carro, ano do modelo do veículo e potência do motor - não apresentam efeito significativo na probabilidade de acidente. As *dummies* relacionadas aos três primeiros dígitos do endereço postal explicam o risco, pois a região por onde o veículo circula interfere na probabilidade de acidente⁶.

Quando o foco é a equação da aversão ao risco nota-se alguns resultados interessantes. O coeficiente do gênero sugere o coeficiente de aversão ao risco absoluto das mulheres é 13 % maior que o dos homens. Este resultado vai ao encontro do obtido por Cohen e Einav (2007) que encontraram um coeficiente 20% maior para as mulheres. As *dummies* de faixa etária revelam um resultado importante: a faixa etária mais avançada é a mais avessa ao risco. A variável importância segurada sugere que quanto maior o valor do veículo mais avesso ao risco o indivíduo.

A cada iteração da amostragem de *Gibbs*, computou-se a média e o desvio padrão das amostragens aleatórias de λ_i e r_i , bem como a correlação entre estas variáveis. A tabela 4 reporta as médias e os desvios-padrão das quantidades computadas a cada iteração da amostragem de *Gibbs*. Dessa forma, estas estimativas não são condicionais as

⁵ A coluna 3 utiliza todos os segurados da base, mas admite que a escolha da cobertura não depende de preços, risco e aversão ao risco.

⁶ Os resultados do CEP encontram-se no apêndice 6.

Tabela 3 – Regressões Probit

		Var. Dep: 1 se houve sinistro		Var. Dep: 1 se franquia reduzida ^a		
		(1)		(2)	(3)	
Variáveis		Coef. e D.P.	dP/dX	Coef. e D.P.	dP/dX	dP/dX
	Constante	0,8791 (0,6281)	-	-10,6465 (0,3990)*	-	-
	ln \hat{r}	-	-	0,6571 (0,0106)*	0,1294	-
Segurado	Feminino	0,0476 (0,0168)*	0,0039	0,0848 (0,0103)*	0,0168	0,0386
	Idade	-0,0108 (0,0042)*	-0,0009	-0,0058 (0,0024)*	-0,0011	-0,0004
	Idade2	0,0001 (0,0001)	0,0000	0,0001 (0,0000)*	0,0001	0,0001
	CEP ^b	-	-	-	-	-
Carro	Log (IS Casco)	-0,1998 (0,0600)*	-0,0161	0,4957 (0,0373)*	0,0976	0,0856
	Idade	-0,0319 (0,0060)*	-0,0026	0,0419 (0,0037)*	0,0082	0,0053
	Flex	0,0030 (0,0264)	0,0002	-0,0285 (0,0160)	-0,0056	0,0095
	4 Portas	-0,0102 (0,0336)	-0,0008	-0,0215 (0,0120)	-0,0042	-0,0126
	1400- Cilindradas	Omitida	-	Omitida	-	-
	1400 Cilindradas	0,0163 (0,0300)	0,0013	-0,1196 (0,0187)*	-0,0224	-0,0021
	1600 Cilindradas	0,0642 (0,0296)*	0,0053	-0,1124 (0,0184)*	-0,0211	-0,0135
	1800 Cilindradas	0,0892 (0,0447)*	0,0077	-0,3259 (0,0272)*	-0,0542	-0,0248
	2000 Cilindradas	0,1296 (0,0490)*	0,0115	-0,3697 (0,0305)*	-0,0598	-0,0483
	2000+ Cilindradas	0,1248 (0,0915)	0,0112	-0,7551 (0,0537)*	-0,0932	-0,0647
	Turbo	0,0678 (0,2062)	0,0058	-0,3643 (0,1135)	-0,0571	0,0378
	Uso FDS	Omitida	-	Omitida	-	-
	Uso Diário	-0,1479 (0,0278)*	-0,0130	0,5766 (0,0204)*	0,0898	0,0514
	Uso Trabalho	-0,0498 (0,0437)	-0,0038	0,4620 (0,0292)*	0,1138	0,0545
	Montadora ^c	-	-	-	-	-
	σ				0,0005	
	Obs.		111.701		111.654	111.701
	Pseudo R^2		0,0144		0,0853	0,0368
	Loglikelihood		-12.191,4		-41.266,7	-43.461,4

Desvios-padrão entre parênteses. * Significante à 5%.

^a Foram realizados duas regressões diferentes. O primeiro probit (coluna 2) utilizou um regressor adicional, $\ln([\Delta p_i / (\hat{\lambda}(x_i) \Delta d_i) - 1] / \bar{d}_i)$ (com $\hat{\lambda}$ predito na coluna 1) que possibilita uma interpretação estrutural e a comparação entre estes coeficientes e o do modelo principal. Contudo, vale lembrar que esta regressão não permite heterogeneidade não observada no risco. A coluna 3 reporta os efeitos marginais do probit sem o regressor adicional, possibilitado a comparação entre os resultados das duas colunas.

^b Foram utilizadas as variáveis de CEP como controle, mas o resultado não foi reportado.

^c Foram utilizadas as variáveis de montadora como controle, mas o resultado não foi reportado.

características observáveis dos segurados, ou seja, não é possível obtê-las diretamente dos parâmetros. Observa-se que a média do coeficiente de aversão ao risco absoluto é de 0,0032 e a mediana muito próxima de zero 0,0003.

Além disso, observa-se uma elevada heterogeneidade não observada de aversão ao risco (σ_r) e do risco (σ_λ), mas a primeira é muito maior que a segunda. Este resultado corrobora com o obtido por Cohen e Einav (2007). Os autores argumentam que este sub-produto da estimação indica que a heterogeneidade não observada da aversão ao risco é uma fonte de seleção mais importante que a do risco.

Por fim, a tabela 4 também aponta uma correlação negativa de $-0,40$ entre a aversão ao risco não observada e o risco não observado, ρ , e uma correlação não condicional de $-0,09$ entre λ e r . A princípio esse resultado é intuitivo, pois é natural supor que indivíduos mais avessos ao risco terão atitudes mais cautelosas e, portanto, correm menos riscos. Finkelstein e McGarry (2006) observaram essa mesma evidência analisando o mercado de seguros de saúde americano. Entretanto, os próprios Cohen e Einav (2007) enumeram motivos para que o sinal da correlação seja ambíguo.

Tabela 4 – Resultados - Estimacão Bayesiana

Variáveis		ln λ	ln r	Outros Resultados	
Segurado	Constante	-3,4180 (0,0236)*	-8,0518 (0,0785)*	Matriz Var-Covar	
	Feminino	0,1201 (0,0298)*	0,1386 (0,0554)*	σ_λ	0,8536 (0,0180)
	Idade	-0,0355 (0,0068)*	0,0149 (0,0125)	σ_r	2,0568 (0,0520)
	Idade2	0,0003 (0,0001)*	-0,0001 (0,0001)	ρ	-0,4057 (0,0287)
	CEP ^a				
Carro	Log (IS Casco)	0,1487 (0,1160)	0,6550 (0,2079)*	Estatísticas não condicionais	
	Idade	-0,0205 (0,0113)	0,0590 (0,0208)*	Média λ	0,0498 (0,0008)
	Flex	-0,0798 (0,0447)	0,1492 (0,0814)	Mediana λ	0,0328 (0,0008)
	4 Portas	-0,0285 (0,0336)	-0,0332 (0,0640)	Desvio-Padrão λ	0,0570 (0,0018)
	1400- Cilindradas	Omitida	Omitida	Média r	0,0032 (0,0002)
	1400 Cilindradas	Omitida	Omitida	Mediana r	0,0003 (0,0000)
	1600 Cilindradas	-0,1430 (0,0612)*	0,1793 (0,1069)	Desvio-Padrão r	0,0170 (0,0014)
	1800 Cilindradas	-0,1605 (0,0840)	-0,1413 (0,1478)	Corr (λ, r)	-0,0918 (0,0040)
	2000 Cilindradas	-0,0812 (0,0908)	-0,3086 (0,1606)		
	2000+ Cilindradas	-0,3725 (0,1930)	-0,4707 (0,3149)		
	Turbo	-0,4978 (0,2751)	0,5756 (0,4254)		
	Uso FDS	Omitida	Omitida		
	Uso Diário	-0,1471 (0,0444)*	0,9234 (0,1026)*		
	Uso Trabalho	-0,0817 (0,0770)	0,9361 (0,1488)*		
	Montadora ^b				

Desvios-padrão entre parênteses, obtidos por meio de amostragens da distribuio posterior.

* Significante a 5%.

^a Optamos por não reportar os coeficientes de 67 dummies de CEP.

^b Optamos por não reportar os coeficientes de 17 dummies de montadoras.

Primeiro, no mercado de seguros de automóveis, o risco dos agentes não depende apenas de atitudes precauonrias, ou de fatores inerentes ao segurado, tal como habilidade inata em dirigir, mas também da interao dos hábitos de conduo dos motorista. Segundo, existem fatores não observados que podem estar positivamente correlacionado às duas dimensões (risco e aversão). Por exemplo, se indivíduos mais avessos ao risco dirigem com mais frequência, então, possuem maior risco. Por fim, a correlao não condicional entre as variáveis  sensível a hipótese realizada sobre a distribuio dos acionamentos e está sujeita aos coeficientes das covariadas. Isto é, os coeficientes de uma mesma covariada podem afetar o risco e a aversão ao risco na mesma direo, logo, mesmo que ρ seja negativo a correlao (λ, r) pode não ser.

De qualquer forma, os resultados apresentados neste trabalho apontam para uma correlao negativa tanto para fatores não observados, ρ , quanto para as duas variáveis de interesse (λ, r). Em relao a dispersão do coeficiente de aversão ao risco absoluto, a tabela 5 reporta a interpretao dos diferentes percentis da estimacão não condicional da aversão ao risco. A interpretao foi obtida para uma funo utilidade do tipo quadrática, $\{u(w) = w - bw^2\}$, o que comporta a hipótese de que a expansão de Taylor de segunda ordem - utilizada no modelo teórico -  exata para cada indivíduo.

Sendo assim, um segurado com o coeficiente de aversão ao risco absoluto médio será indiferente entre participar ou não de uma loteria em que ele tem 50% de chance de ganhar R\$100,00 e 50% de chance de perder R\$79,58. Cohen e Einav (2007) obtiveram que o indivíduo médio é indiferente em participar (ou não) de uma loteria 50-50 em que ele ganha US\$100,00 ou perde US\$56,05. Apesar da comparao não ser imediata devido à diferença na unidade de medida (US\$ e R\$), pode-se observar que em ambos os resultados o indivíduo mediano é quase neutro ao risco, ainda que o segurado médio possua considerável nível de aversão em loterias dessa magnitude.

Por fim, estimou-se, a partir dos valores das mdias e desvios-padrão, a densidade conjunta das duas variáveis latentes. Para tal, a distribuio conjunta das variáveis foi simulada de acordo com os resultados e, em seguida, realizou-se a estimacão da densidade

Tabela 5 – Estimativas de Aversão ao risco

Especificação	Aversão ao risco absoluta (R\$)	Interpretação (R\$) ^a
Estimação pelas médias	$2,3 \cdot 10^{-3}$	80,54
Inferência Bayesiana:		
Média	$2,5 \cdot 10^{-3}$	79,58
25° percentil	$1,1 \cdot 10^{-4}$	98,83
Mediana	$4,2 \cdot 10^{-4}$	95,95
75° percentil	$1,5 \cdot 10^{-3}$	86,83
90° percentil	$4,7 \cdot 10^{-3}$	65,94
95° percentil	$9,3 \cdot 10^{-3}$	44,08
Cohen e Einav:	Aversão ao risco absoluta (US\$)	Interpretação (US\$)
Média	$6,7 \cdot 10^{-3}$	56,05
25° percentil	$2,3 \cdot 10^{-6}$	99,98
Mediana	$2,6 \cdot 10^{-5}$	99,74
75° percentil	$2,9 \cdot 10^{-4}$	97,14
90° percentil	$2,7 \cdot 10^{-3}$	78,34
95° percentil	$9,9 \cdot 10^{-3}$	49,73

^a Para interpretar a aversão ao risco absoluta (ARA) calculou-se $\{x : u(w) = \frac{1}{2}u(w+100) + \frac{1}{2}u(w-x)\}$. Logo, para os diferentes níveis de ARA, reportou-se valores de x , que torna o indivíduo indiferente entre participar de uma loteria em que se tem 50% de chance de ganhar R\$100 e 50% de perder x . Para realizar a interpretação assumiu-se que o indivíduo possui uma utilidade quadrática do tipo $\{u(w) = w - bw^2\}$. Além disso, é importante notar que a interpretação não depende do nível de riqueza do indivíduo, pois a análise parte do coeficiente absoluto de aversão ao risco.

kernel representada na figura 2. Este resultado é interessante, pois sintetiza a dispersão das variáveis latentes estimadas com este trabalho, destacando-se pela concentração da distribuição conjunta em valores próximos à zero.

6 Análise Contrafactual dos Lucros

Nesta seção nos perguntamos o que aconteceria com a lucratividade da seguradora se ela alterasse seu menu de contratos? Mais especificamente, o que aconteceria se a seguradora alterasse o valor da franquia reduzida (*ceteris paribus*)?

Primeiramente, é importante estabelecermos que cada segurado pode ser representado por um sorteio aleatório (λ_i, r_i) da distribuição conjunta estimada na seção anterior:

$$\begin{pmatrix} \ln \lambda_i \\ \ln r_i \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} x_i' \hat{\beta} \\ x_i' \hat{\gamma} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho \sigma_\lambda \sigma_r \\ \rho \sigma_\lambda \sigma_r & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

Após “sortear” seu tipo de risco e aversão ao risco, o segurado visita a seguradora e escolhe o contrato que maximiza sua utilidade esperada.

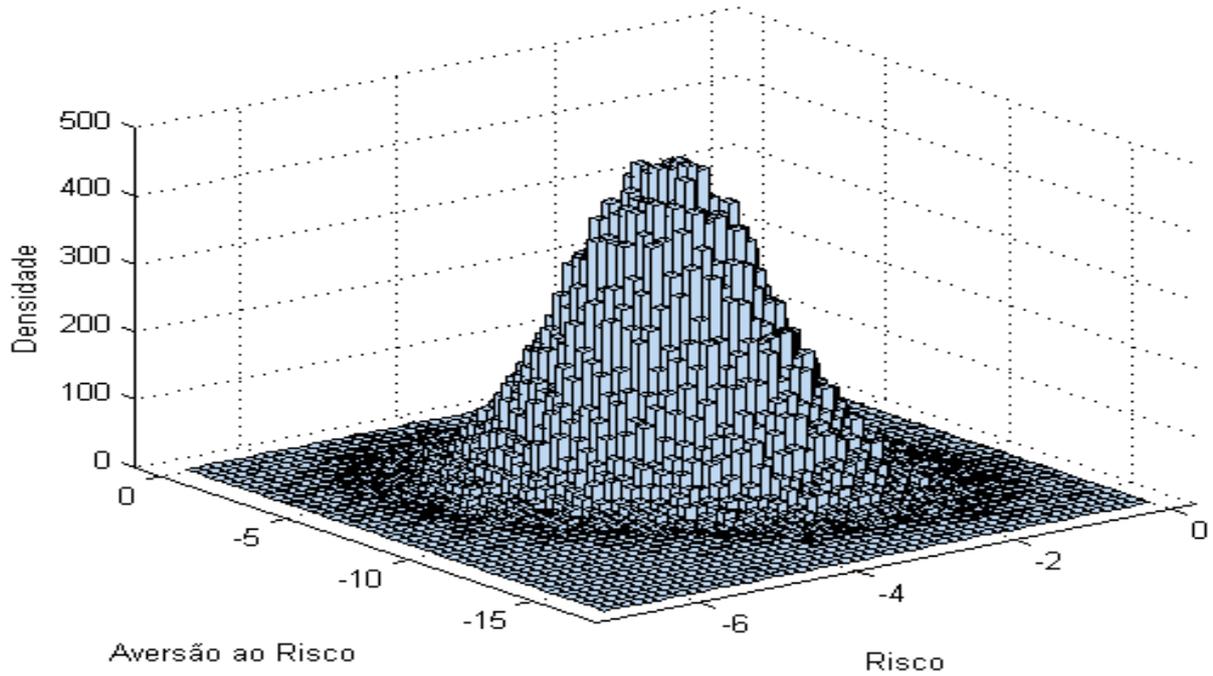
Seja π_0 o lucro esperado no contrato com franquia normal (p^h, d^h) . E seja (p^l, d^l) o contrato com franquia reduzida, tal que $d^l < d^h$ e $p^l > p^h$. Supondo que a seguradora seja neutra ao risco, seu lucro esperado pode ser escrito como

$$\text{Max}_{\Delta d, \Delta p} \pi_0 + Pr(r_i > r_i^*(\lambda_i; \Delta d, \Delta p)) [\Delta p - \Delta d \cdot E(\lambda_i | r_i > r_i^*(\lambda_i; \Delta d, \Delta p))] \quad (13)$$

onde $\Delta d = d^h - d^l$, $\Delta p = p^l - p^h$ e $r_i^*(\lambda_i; \Delta d, \Delta p)$ vem da equação (6).

Em todos os exercícios contrafactuais utilizaremos a distribuição conjunta do risco e aversão ao risco do segurado médio, cujos valores esperados de $\ln \lambda_i$ e $\ln r_i$ são $-3,4337$ e $-8,5744$ respectivamente, conforme tabela 4. Sendo assim, em todas as 4 simulações que faremos, os valores esperados das distribuições conjuntas permanecerão constantes. O que mudará de uma simulação para a outra será a matriz de variância e covariância.

Figura 1 – Distribuição Conjunta Estimada (Modelo Benchmark)



Na primeira simulação, que chamaremos de “benchmark”, utilizamos a matriz de variância e covariância Σ_1 estimada pelo método bayesiano (tabela 4).

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 0,9270 & -0,4264 \cdot 0,9270 \cdot 2,2872 \\ -0,4264 \cdot 0,9270 \cdot 2,2872 & 2,2872 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Apenas para ilustrar, a figura 1 apresenta o histograma de 100.000 sorteios aleatórios desta distribuição.

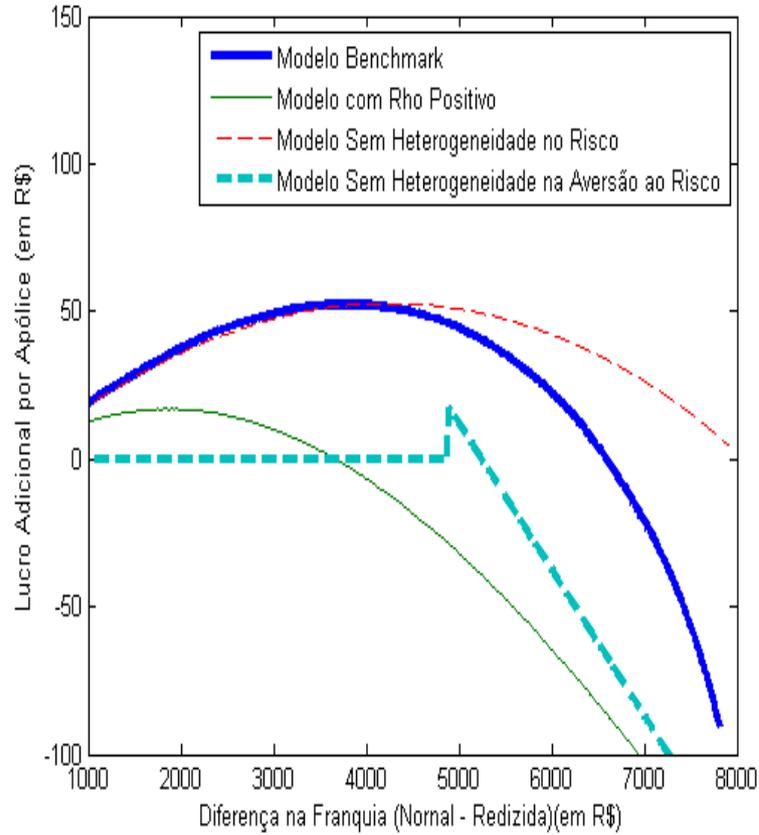
Para cada um dos 100.000 sorteios calculamos o lucro esperado da seguradora (equação 13) em diferentes níveis de Δd , mantendo Δp inalterado. Em seguida, calculamos o lucro médio para cada nível de Δd . O resultado deste primeiro exercício contrafactual se encontra na figura 2. Os resultados indicam que o lucro por apólice seria maximizado se a diferença entre a franquia normal e a franquia reduzida aumentasse para aproximadamente 3.800 reais (sendo que a média da amostra esta diferença é de 999 reais). Este resultado pode ser interpretado da seguinte maneira: os segurados são muito avessos ao risco, logo, a seguradora poderia aumentar o valor da franquia normal sem que sua demanda caia muito, o que faria seu lucro aumentar.

O segundo exercício contrafactual segue exatamente a mesma metodologia, mas inverte o sinal da correlação entre risco e aversão ao risco (de negativo para positivo), conforme indica a matriz de variância e covariância Σ_2 . Neste caso o lucro da seguradora aumentaria pouco menos, mas ainda assim aumentaria conforme vemos na figura 2.

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 0,9270 & 0,4264 \cdot 0,9270 \cdot 2,2872 \\ 0,4264 \cdot 0,9270 \cdot 2,2872 & 2,2872 \end{bmatrix} \quad (15)$$

O terceiro exercício contrafactual supõe que a seguradora ignora a heterogeneidade não observada no risco, conforme indica a matriz de variância e covariância Σ_3 . Neste caso

Figura 2 – Simulações Contrafactuais do Lucro



o lucro da seguradora aumentaria pouco menos, mas ainda assim aumentaria conforme vemos na figura 2.

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2,2872 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Por último, porém não menos importante, o quarto exercício contrafactual supõe que a seguradora ignora a heterogeneidade não observada na aversão ao risco, conforme indica a matriz de variância e covariância Σ_4 . Neste caso o lucro da seguradora permaneceria inalterado para um grande intervalo de Δp , aumentando descontinuamente em $\Delta p = 5.000$.

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} 0,9270 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

7 Conclusão

O presente trabalho aplicou a metodologia proposta por Cohen e Einav (2007) a fim de estimar a distribuição de aversão ao risco absoluto a partir de dados sobre seguros de automóveis da região metropolitana de São Paulo. As informações básicas utilizadas para realização dessa abordagem são: escolha da cobertura, conjunto de contratos oferecidos pela seguradora (par prêmio e franquia) e número de acionamentos realizados pelo segu-

rado. Além disso, utilizou-se características individuais dos segurados como covariadas na equação do risco e da aversão ao risco.

Os resultados obtidos sugerem que a média da aversão ao risco é baixa (0,0033) e a mediana muito próxima de zero (0,0002). Além disso, observou-se elevada heterogeneidade não observada tanto no risco quanto na aversão ao risco. Tais estimativas são relativamente similares às obtidas por Cohen e Einav (2007), entretanto a correlação (negativa) entre a equação do risco e da aversão ao risco difere dos resultados encontrados pelos autores. O sinal desse coeficiente, como discutido anteriormente, é ambíguo.

Em relação às covariadas percebe-se que as mulheres são mais avessas ao risco que os homens e que coeficiente de aversão ao risco é maior para segurados mais velhos. Além disso, mulheres e jovens possuem maior probabilidade de sinistro.

A interpretação dos resultados fica mais clara quando define-se uma forma funcional para a utilidade dos indivíduos. Assumiu-se, então, uma utilidade do tipo quadrática ($u(w) = w - bw^2$), pois sua terceira derivada assume valor zero. Esta hipótese foi realizada no modelo teórico e possibilitou uma relação na forma reduzida entre o risco e aversão ao risco. Os resultados mostram que um segurado com o coeficiente de aversão ao risco absoluto médio (mediano) será indiferente entre participar ou não de uma loteria em que ele tem 50% de chance de ganhar R\$100,00 e 50% de chance de perder R\$79,58 (R\$95,95).

Apesar dos valores obtidos, a extrapolação dos resultados não é tão imediata. Rabin e Thaler (2001) argumentaram que as escolhas na vida são realizadas em diferentes contextos e, por isso, podem depender de diferentes parâmetros da função utilidade. Nesse sentido, estudos recentes - já citados neste trabalho - visam avaliar a estabilidade das preferências sobre o risco em diferentes mercados (Barseghyan, Prince e Teitelbaum (2011), Einav et al. (2010)). Ainda sim, segundo a teoria clássica, as decisões sob incerteza dependem de um único parâmetro que permeia todas as escolhas durante a vida. Diante disso, é importante notar o mérito deste modelo, dado que o mesmo estima a aversão ao risco a partir do relevante mercado de seguros de automóveis. Sua aplicabilidade em diferentes países e regiões é o passo seguinte mais natural e principal fundamento desta pesquisa.

Finalmente, realizou-se 4 exercícios contrafactuais para o lucro da seguradora sob diferentes hipóteses de distribuição de risco e aversão ao risco. A mensagem fundamental destes exercícios contrafactuais é que a seguradora não pode ignorar nenhuma das dimensões não observáveis (risco e aversão), porém, se ela ignorar a existência de heterogeneidade não observada na aversão ao risco sua perda de lucro será ainda maior.

Referências

- BARSEGHYAN, L. et al. The nature of risk preferences: Evidence from insurance choices. *American Economic Review*, v. 103, n. 6, p. 2499–2529, 2013.
- BARSEGHYAN, L. et al. Estimating risk preferences in the field. 2016.
- BARSEGHYAN, L.; PRINCE, J.; TEITELBAUM, J. C. Are risk preferences stable across contexts? evidence from insurance data. *American Economic Review*, v. 101, n. 2, p. 591–631, 2011.
- BARSKY, R. B. et al. Preference parameters and behavioral heterogeneity: An experimental approach in the health and retirement study. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 112, n. 2, p. 537–579, 1997.
- CARDON, J. H.; HENDEL, I. Asymmetric information in health insurance: evidence from the national medical expenditure survey. *RAND Journal of Economics*, JSTOR, p. 408–427, 2001.
- CAWLEY, J.; PHILIPSON, T. *An empirical examination of information barriers to trade in insurance*. [S.l.], 1996.
- CHETTY, R. A new method of estimating risk aversion. *The American Economic Review*, JSTOR, v. 96, n. 5, p. 1821–1834, 2006.
- CHIAPPORI, P.-A.; SALANIÉ, B. Testing for asymmetric information in insurance markets. *Journal of political Economy*, JSTOR, v. 108, n. 1, p. 56–78, 2000.
- CICCHETTI, C. J.; DUBIN, J. A. A microeconomic analysis of risk aversion and the decision to self-insure. *Journal of political Economy*, The University of Chicago Press, v. 102, n. 1, p. 169–186, 1994.
- COHEN, A. Asymmetric information and learning: Evidence from the automobile insurance market. *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, v. 87, n. 2, p. 197–207, 2005.
- COHEN, A.; EINAIV, L. Estimating risk preferences from deductible choice. *THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 2007.
- DAMLEN, P.; WAKEFIELD, J.; WALKER, S. Gibbs sampling for bayesian non-conjugate and hierarchical models by using auxiliary variables. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Wiley Online Library, v. 61, n. 2, p. 331–344, 1999.
- DEVROYE, L. Sample-based non-uniform random variate generation. In: ACM. *Proceedings of the 18th conference on Winter simulation*. [S.l.], 1986. p. 260–265.
- DIONNE, G.; MICHAUD, P.-C.; DAHCHOUR, M. Separating moral hazard from adverse selection and learning in automobile insurance: longitudinal evidence from france. *Journal of the European Economic Association*, Oxford University Press, v. 11, n. 4, p. 897–917, 2013.

- DIONNE, G.; VANASSE, C. Automobile insurance ratemaking in the presence of asymmetrical information. *Journal of Applied Econometrics*, Wiley Online Library, v. 7, n. 2, p. 149–165, 1992.
- EINAV, L. et al. *How General Are Risk Preference? Choices under Uncertainty in Different Domains*. [S.l.], 2010.
- EVANS, W. N.; VISCUSI, W. K. Estimation of state-dependent utility functions using survey data. *The Review of Economics and Statistics*, JSTOR, p. 94–104, 1991.
- FINKELSTEIN, A.; MCGARRY, K. Multiple dimensions of private information: evidence from the long-term care insurance market. *American Economic Review*, Princeton, NJ: American Economic Association, 1911-, v. 96, n. 4, p. 938–958, 2006.
- FINKELSTEIN, A.; POTERBA, J. Adverse selection in insurance markets: Policyholder evidence from the uk annuity market. *Journal of Political Economy*, The University of Chicago Press, v. 112, n. 1, p. 183–208, 2004.
- GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 6, p. 721–741, 1984.
- GERTNER, R. Game shows and economic behavior: risk-taking on "card sharks". *The Quarterly Journal of Economics*, JSTOR, v. 108, n. 2, p. 507–521, 1993.
- JULLIEN, B.; SALANIÉ, B. Estimating preferences under risk: The case of racetrack bettors. *Journal of Political Economy*, JSTOR, v. 108, n. 3, p. 503–530, 2000.
- KACHELMEIER, S. J.; SHEHATA, M. Examining risk preferences under high monetary incentives: Experimental evidence from the people's republic of china. *The American Economic Review*, JSTOR, p. 1120–1141, 1992.
- METRICK, A. A natural experiment in "jeopardy!". *The American Economic Review*, JSTOR, p. 240–253, 1995.
- PARAVISINI, D.; RAPPOPORT, V.; RAVINA, E. Risk aversion and wealth: Evidence from person-to-person lending portfolios. *Management Science*, INFORMS, v. 63, n. 2, p. 279–297, 2016.
- PUELZ, R.; SNOW, A. Evidence on adverse selection: Equilibrium signaling and cross-subsidization in the insurance market. *Journal of Political Economy*, The University of Chicago Press, v. 102, n. 2, p. 236–257, 1994.
- RABIN, M.; THALER, R. H. Anomalies: risk aversion. *Journal of Economic perspectives*, JSTOR, p. 219–232, 2001.
- SAHA, A. Risk preference estimation in the nonlinear mean standard deviation approach. *Economic Inquiry*, Wiley Online Library, v. 35, n. 4, p. 770–782, 1997.
- SMITH, V. L.; WALKER, J. M. Rewards, experience and decision costs in first price auctions. *Economic Inquiry*, Wiley Online Library, v. 31, n. 2, p. 237–244, 1993.
- SYDNOR, J. (over) insuring modest risks. *American Economic Journal: Applied Economics*, American Economic Association, v. 2, n. 4, p. 177–199, 2010.

TANNER, M. A.; WONG, W. H. The calculation of posterior distributions by data augmentation. *Journal of the American statistical Association*, Taylor & Francis, v. 82, n. 398, p. 528–540, 1987.

VISCUSI, W. K.; EVANS, W. N. Utility functions that depend on health status: estimates and economic implications. *The American Economic Review*, JSTOR, p. 353–374, 1990.

8 Anexo

Seguindo o exposto no artigo de Cohen e Einav (2007), este apêndice irá demonstrar a amostragem de *Gibbs*, o qual foi utilizado na estimação do modelo proposto neste presente trabalho. Esse método foi proposto por Geman e Geman (1984) e tornou-se popular entre os estatísticos após 1990, o qual teve impacto significativo no desenvolvimento e aplicações práticas da Estatística Bayesiana.

Uma das principais vantagens do GS é poder permitir o aumento de dados de variáveis latentes. No presente contexto, esta abordagem permite o aumento dos dados sobre aver-são ao risco e ao risco de cada indivíduo, ou seja, $\{\lambda_i, r_i\}_{i=1}^n$ são tratados como parâmetros adicionais.

Portanto, o modelo pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\ln \lambda_i = x_i' \beta + \varepsilon_i$$

$$\ln r_i = x_i' \gamma + v_i$$

$$choice_i = \begin{cases} 1 & \text{se } r_i > r_i^*(\lambda_i) \\ 0 & \text{se } r_i < r_i^*(\lambda_i) \end{cases}$$

$$Acionamentos_i \sim Poisson(\lambda_i, t_i)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \nu_i \end{pmatrix} \stackrel{iid}{\sim} N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho\sigma_\lambda\sigma_r \\ \rho\sigma_\lambda\sigma_r & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\delta \equiv \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \Sigma \equiv \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho\sigma_\lambda\sigma_r \\ \rho\sigma_\lambda\sigma_r & \sigma_r^2 \end{bmatrix}, X \equiv \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \end{bmatrix}, y \equiv \begin{bmatrix} \lambda \\ r \end{bmatrix}, u_i \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_i \\ v_i \end{bmatrix}$$

O conjunto de parâmetros que pretende-se estimar uma distribuição a *posteriori* é dado por $\theta = \{\delta, \Sigma, \{u_i\}_{i=1}^n\}$. A distribuição a *priori* especifica que $\{\delta, \Sigma\}$ são independentes de $\{u_i\}_{i=1}^n$; e $\{\delta, \Sigma\}$ tem uma distribuição a *priori* convencional difusa. Adota-se a distribuição a *priori* hierárquica para $\{u_i\}_{i=1}^n$:

$$\{u_i\}_{i=1}^n \mid \Sigma \sim N(0, \Sigma)$$

$$\Sigma^{-1} \sim Wishart_2(a, Q)$$

Então, condicional em todos os outros parâmetros, tem-se:

$$\Sigma^{-1} \mid \delta, \{u_i\}_{i=1}^n \sim Wishart_2 \left(a + n - k, \left(Q^{-1} + \sum_i u_i u_i' \right)^{-1} \right)$$

$$\delta \mid \Sigma, \{u_i\}_{i=1}^n \sim N((X'X)^{-1}(X'y), \Sigma \otimes (X'X)^{-1})$$

Para Σ^{-1} também é usada uma distribuição a *priori* convencional difusa de tal forma que $a = 0$ e $Q^{-1} = 0$.

A GS é menos trivial nos casos que envolvem a amostragem da distribuição condicional dos parâmetros aumentados, $\{u_i\}_{i=1}^n$. Todos os indivíduos são independentes entre si, de modo que, condicional aos outros parâmetros, não há dependência de dados aumentados dos demais indivíduos. Desta forma, precisa-se apenas descrever a probabilidade condicional de u_i .

Note que, condicional em δ , tem-se: $\varepsilon_i = \ln \lambda_i - x'_i \beta$ e $v_i = \ln r_i - x'_i \gamma$. Logo, pode-se apenas focar na distribuição a *posterior* de λ_i e r_i . Essas distribuições a *posterior* são:

$$Pr(r_i \mid \gamma, \beta, \Sigma, \lambda_i, data) \propto$$

$$\begin{cases} \phi \left[\ln r_i, x'_i \gamma + \rho \frac{\sigma_r}{\sigma_\lambda} (\ln \lambda_i - x'_i \beta), \sqrt{\sigma_r^2 (1 - \rho^2)} \right] & \text{se } escolha_i = I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \\ 0 & \text{se } escolha_i \neq I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \end{cases}$$

e

$$Pr(\lambda_i \mid \gamma, \beta, \Sigma, \lambda_i, data) \propto$$

$$\begin{cases} p(\lambda_i, aciona., t_i) \phi \left[\ln \lambda_i, x'_i \beta + \rho \frac{\sigma_\lambda}{\sigma_r} (\ln r_i - x'_i \gamma), \sqrt{\sigma_\lambda^2 (1 - \rho^2)} \right] & \text{se } escolha_i = I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \\ 0 & \text{se } escolha_i \neq I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \end{cases}$$

Em que $p(x, acionamento, t) = \lambda^{acionamento} \exp(-xt)$ é proporcional a probabilidade da função de densidade da distribuição de Poisson, $\phi(x, \mu, \sigma) = \exp[-(1/2)((x - \mu)/\sigma)^2]$ é proporcional a função de densidade de probabilidade da normal e $I(\cdot)$ é uma função indicadora.

A distribuição a *posterior* para $\ln r_i$ é uma normal truncada, para a qual usamos uma simples amostragem da "função de densidade acumulada invertida" (DEVROYE, 1986). A *posterior* para a $\ln \lambda_i$ é menos trivial, com isso será usada uma "sliced sampler" (DAMLEN; WAKEFIELD; WALKER, 1999). A ideia básica é reescrever:

$$Pr(\lambda_i) = b_0(\lambda_i) b_1(\lambda_i) b_2(\lambda_i)$$

Em que:

$$\begin{aligned} b_0(\lambda_i) & \text{ é uma distribuição normal truncada;} \\ b_1(\ln \lambda_i) & = \lambda_i^{acionamento_i} = (\exp(\ln \lambda_i))^{acionamento_i}; \\ b_2(\ln \lambda_i) & = \exp(-\lambda_i t_i) = \exp(-t_i \exp(\ln \lambda_i)). \end{aligned}$$

O aumento dos dados será realizado por meio de duas variáveis adicionais, u_i^1 e u_i^2 , que são distribuídas uniformemente em $[0, b_1(\lambda_i)]$ e $[0, b_2(\lambda_i)]$, respectivamente. E a probabilidade será:

$$\begin{aligned} Pr(\lambda_i, u_i^1, u_i^2) & = b_0(\lambda_i) b_1(\lambda_i) b_2(\lambda_i) [I(0 \leq u_i^1 \leq b_1(\lambda_i)/b_1(\lambda_i))] [I(0 \leq u_i^2 \leq b_2(\lambda_i)/b_2(\lambda_i))] \\ & = b_0(\lambda_i) I(0 \leq u_i^1 \leq b_1(\lambda_i)) I(0 \leq u_i^2 \leq b_2(\lambda_i)) \end{aligned}$$

Ao passo que $b_1(\cdot)$ e $b_2(\cdot)$ são funções monotônicas condicionais em u_i^1 e u_i^2 , isso significa que $b_1^{-1}(u_i^1) = ((\ln u_i^1)/acionamentos_i)$ é o limite inferior de $\ln \lambda_i$ (para $acionamentos_i > 0$) e $b_2^{-1}(u_i^2) = \ln(-\ln u_i^2) - \ln t_i$ é o limite superior de $\ln \lambda_i$. Então, a amostragem de λ_i de uma normal truncada ocorre após a modificação dos limites de acordo com u_i^1 e u_i^2 .

Tabela 6 – Resultado das *dummies* de CEP - Estimação Bayesiana

Região	$\ln \lambda$	Região	$\ln \lambda$
Centro		Jaguaré/ Leopoldina	-0,1016 (0,1545)
Bom Retiro	-0,1581 (0,1816)	Pinheiros	0,1142 (0,1448)
Vila Buarque	0,0348 (0,1498)	Butantã	-0,1440 (0,1524)
Consolação	0,1864 (0,1468)	Morumbi	-0,0169 (0,1483)
Jardins	-0,0217 (0,1487)	Campo Limpo	-0,1930 (0,14683)
Liberdade	-0,0321 (0,1525)	Capão Redondo	-0,3204 (0,1496)
Santana	-0,1017 (0,1563)	Osasco (REGIÃO 1)	-0,0898 (0,1571)
Vila Maria	-0,2211 (0,1692)	Osasco (REGIÃO 2)	-0,2533 (0,1527)
Jaçanã/ Tucuruvi	-0,1838 (0,1505)	Osasco (REGIÃO 3)	-0,2269 (0,1590)
Tremembé	-0,1437 (0,1480)	Carapicuíba	-0,2793 (0,1561)
Mandaqui	-0,0787 (0,1459)	Barueri	-0,2038 (0,1548)
Casa Verde	-0,2271 (0,1616)	Santana do Parnaíba	-0,2517 (0,1668)
Cachoeirinha	-0,1556 (0,1595)	Itapevi/ Jandira	-0,3528 (0,1681)
Limão	-0,3268 (0,1763)	Cotia/ Vargem Grande Pta./ Taboão da Serra	-0,2755 (0,1443)
Brasilândia	-0,3525 (0,1595)	Embu e Itapeirica da Serra	-0,4098 (0,1608)
Freguesia do Ó	-0,2239 (0,1488)	Embu-Guaçu	-0,0487 (0,1872)
Brás	-0,1561 (0,1610)	Guarulhos (REGIÃO 1)	-0,2108 (0,1479)
Moóca	-0,1726 (0,1473)	Guarulhos (REGIÃO 2)	-0,3288 (0,1421)
São Lucas	-0,4429 (0,1639)	Guarulhos (REGIÃO 3)	-0,3592 (0,1529)
Anália Franco	-0,1676 (0,1471)	Mairiporã	-0,1091 (0,1954)
Carrão e Aricanduva	-0,3473 (0,1608)	Caieiras /Cajamar /Jordanesia /Polvilho	-0,1801 (0,1858)
Vila Matilde	-0,3106 (0,1498)	Franco da Rocha	0,0262 (0,1813)
Penha	-0,1098 (0,1485)	Francisco Morato	-0,2095 (0,2156)
Cangaíba	-0,3415 (0,1761)	São Miguel Paulista	-0,4102 (0,1610)
Ermelino Matarazzo	-0,2795 (0,1664)	Itaim Paulista	-0,3025 (0,1699)
São Mateus	-0,4722 (0,1656)	Itaquera	-0,3932 (0,1570)
Moema/ Vila Mariana (OESTE)	0,0595 (0,1446)	São Mateus	-0,3600 (0,1726)
Saúde/ Vila Mariana (LESTE)	-0,1072 (0,1453)	Guaianazes	-0,4695 (0,1639)
Ipiranga	-0,2796 (0,1523)	Santo André (REGIÃO 1)	-0,3524 (0,1524)
Jabaquara	-0,1758 (0,1456)	Santo André (REGIÃO 2)	-0,4593 (0,1530)
Cidade Ademar	-0,2839 (0,1518)	Santo André (REGIÃO 3)	-0,3882 (0,1580)
Itaim Bibi	0,0476 (0,1428)	Mauá	-0,4375 (0,1568)
Campo Belo	-0,1024 (0,1462)	Ribeirão Pires/ Rio Grande da Serra	-0,3900 (0,1803)
Santo Amaro	-0,0375 (0,1491)	São Caetano do Sul	-0,1872 (0,1497)
Cidade Dutra/ Grajaú	-0,2709 (0,1462)	São Bernardo do Campo (REGIÃO 1)	-0,2962 (0,1671)
Guarapiranga	-0,3448 (0,1680)	São Bernardo do Campo (REGIÃO 2)	-0,2663 (0,1475)
Lapa e Perdizes	-0,0219 (0,1455)	São Bernardo do Campo (REGIÃO 3)	-0,3142 (0,1468)
Pirituba/ Jaraguá	-0,2539 (0,1547)	Diadema	-0,4155 (0,1589)
Perus	-0,2436 (0,1725)		